

〔数学入門〕 高数への準備演習 答

1 (1) 14 (2) $\frac{4}{7}$ (3) 1 (4) 7 (5) 7700

(6) 0 (7) 364635 (8) 1

2 (1) $x+1$ (2) $3a$ (3) $\frac{x+11}{15}$ (4) $-9x$ (5) $108y$

(6) $2x^3y-2x^2y^2+6xy^4$ (7) $-2a^2+11ab-12b^2$ (8) $2x$

3 x

4 (1) x^2+4x+4 (2) $a^2-16a+64$ (3) x^2-36

(4) $x^2+3x-10$ (5) $4a^2-4ab+b^2$ (6) $9x^2-3xy-2y^2$

(7) $x^2+7x-30$ (8) $4x^2-y^2$

5 (1) $10a^2+4ab$ (2) $-3a^2+20a-69$ (3) $16pq$

(4) $\frac{10a^2-15b^2}{12}$

6 (1) $-9x^2+6xy-y^2$ (2) $-a^2-4ab+5b^2$

(3) x^4-49y^2 (4) $t^4+3t^3-10t^2$

7 (1) $x^2+2xy+y^2-x-y-12$

(2) $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ (3) a^2+2a-b^2+1

(4) $4x^2-y^2-6y-9$ (5) a^4-b^4 (6) $x^4-8x^2y^2+16y^4$

8 (1) $3xy(x-2y)$ (2) $6abc(2a-3b+4c)$ (3) $(x-4)^2$

(4) $\left(p+\frac{1}{2}q\right)\left(p-\frac{1}{2}q\right)$ (5) $(x-9)(x+1)$ (6) $(3a+5)^2$

(7) $(xy+3z)(xy-3z)$ (8) $(2t-1)^2$ (9) $(x+2y)(x+3y)$

(10) $(x+3y)(x-2y)$ (11) $(4x+1)^2$ (12) $(a-7)(a+6)$

9 (1) $3(p-5)(p+2)$ (2) $2y(3x+2y)(3x-2y)$

(3) $2a(x-9)(x+4)$ (4) $-(2a-3b)^2$

10 (1) $(x-4)(x+10)$ (2) $(2a+3)(2a-3)$

(3) $-2(x-4)(x+1)$ (4) $(3x-4)^2$

11 (1) $(a-b)(2x-y)$ (2) $(2x-1)(y+3)$ (3) $(5x-y-1)^2$

(4) $a(a+5)$ (5) $(x-10)(x-5)$ (6) $(x-3)(x+1)(x-4)(x+2)$

(7) $(a+b)^2(a-b)^2$ (8) $(b-1)(a+1)$

(9) $(x+5y-3)(x-5y-3)$ (10) $(x+y+2)(x-y-2)$

12 (1) ± 7 (2) 7 (3) -7 (4) 7 (5) 7

13 (1) 240 (2) $3\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $-\frac{16}{3}$

14 (1) $5\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{2}$ (3) $10\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{2}$

15 (1) $14+8\sqrt{3}$ (2) -6 (3) $-37-4\sqrt{10}$ (4) 2
(5) $\sqrt{3}$ (6) $-2\sqrt{2}$

16 (1) 14.14 (2) 0.1414 (3) 44.72 (4) 0.2236

17 (1) 9996 (2) 38809 (3) 120

18 (1) 4 (2) 1 (3) 14 (4) 14

19 連続する3つの整数は、 n を整数として $n-1$, n , $n+1$ とおける。この3つの数の積に中央の数を加えると

$$n(n+1)(n-1)+n=n(n^2-1)+n=n^3-n+n=n^3$$

n は中央の数であるから、これは中央の数の3乗である。

20 (1) $x=2$ (2) $x=\frac{1}{3}$ (3) $x=-5$ (4) $x=-1$

21 (1) $x=-7$ (2) $x=1$

22 7年前

23 (1) $x=-17$, $y=-13$ (2) $x=-\frac{2}{7}$, $y=-\frac{5}{7}$

(3) $x=-1$, $y=2$ (4) $x=4$, $y=0$

24 $a=1$, $b=-2$

25 [解] $x=2$, $y=-\frac{1}{2}$ [a , b の値] $a=3$, $b=4$

26 37

27 Aの速さは時速20km, Bの速さは時速4km

28 (1) $x=9$, -4 (2) $x=2$, -10 (3) $x=3$

(4) $x=-2$, 12 (5) $x=0$, -3 (6) $x=6$, -1

29 (1) $x=\pm 4$ (2) $x=\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$ (3) $x=1\pm\sqrt{7}$

(4) $x=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{4}$ (5) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$ (6) $x=\frac{-2\pm\sqrt{10}}{3}$

30 (1) $a=3$ (2) [a の値] $a=4$ [解] $x=2$

31 $a=-2$, $b=-15$

32 (1) 5 (2) 30

33 10 cm

34 9, 10, 11

35 $x=20$

36 20, 30

問題 1 (1) $<$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $>$ (5) $<$ (6) $>$

問題 2 (1)(ア) $2x>16$ (イ) 2 (2)(ウ) $-5x\geq 25$

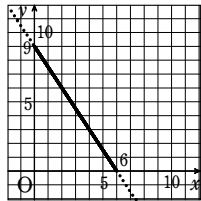
(エ) -5 (オ) $\leq$

問題 3 (1) $x\geq -6$ (2) $x<-4$

問題 4 (ア) $3x-3y=-3$ (イ) $8x+2y=12$ (ウ) 1

(エ) 2 (オ) -5

問題 5 (1) $x=2$, $y=-9$, $z=3$ (2) $x=3$, $y=2$, $z=1$

37 (1) $y=9-1.5x$ (2)  (3) 4分後

38 (1) $y=3x-5$ (2) $y=-3x-2$

39 $a=-1$

40 $b=2$

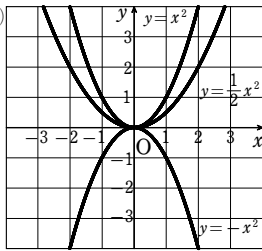
41 (1) ない (2) $y=-3x+1$ を満たすすべての x , y

42 (1) $-\frac{1}{2}t$ (2) $t=4$

43 (1) A(2, 3), B(-1, 0), C(8, 0) (2) $\frac{27}{2}$

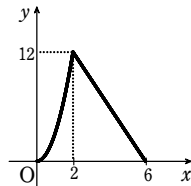
(3) $y=-2x+7$

44 (1) (3, 0) (2) 12π

45 (1)  (2) B, C

46 (1)[ア] $y=x^2$ (2) $x=\sqrt{2}$, 4

[イ] $y=-3x+18$



47 (1) $9\leq y\leq 25$ (2) $-8\leq y\leq 0$

48 (1) $x=3$ のとき 最大値3, $x=1$ のとき 最小値 $\frac{1}{3}$

(2) $x=0$ のとき 最大値0, $x=-1$, 1のとき 最小値 -3

49 (1) $a=-2$ (2) $a=-2$, $b=32$

50 (3, 3)

51 (1) $y = x - \frac{3}{2}$ (2) 3 (3) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

問題 6 (ア) 1 (イ) 2 (ウ) $(x-2)(x+1)$ (エ) 2
(オ) -1 (カ) 4 (キ) 1

問題 7 (1) (4, 16), (-1, 1) (2) (2, -2), (-4, -8)

52 15

53 m, n を整数として, 3 で割ると 1 余る整数は $3m+1$, 3 で割ると 2 余る整数は $3n+2$ と表される。

$$\begin{aligned}(3m+1)^2 + (3n+2)^2 &= 9m^2 + 6m + 1 + 9n^2 + 12n + 4 \\ &= 9m^2 + 6m + 9n^2 + 12n + 5 \\ &= 3(3m^2 + 2m + 3n^2 + 4n + 1) + 2\end{aligned}$$

$3m^2 + 2m + 3n^2 + 4n + 1$ は整数であるから, $(3m+1)^2 + (3n+2)^2$ を 3 で割ると余りは 2 である。

54 $x=2, y=12$ または $x=7, y=4$

55 3 桁の整数を $100a+10b+c$ (a, b, c は 0 から 9 までの整数, $a \neq 0$) とおく。

$$\begin{aligned}100a+10b+c &= 99a+a+9b+b+c = 99a+9b+a+b+c \\ &= 9(11a+b)+a+b+c\end{aligned}$$

ここで, 各桁の数の和が 9 の倍数のとき $a+b+c=9m$ (m は整数) とおける。

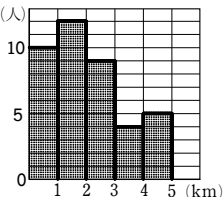
このとき $100a+10b+c=9(11a+b)+9m=9(11a+b+m)$

$11a+b+m$ は整数であるから, $100a+10b+c$ は 9 の倍数である。

56 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{4}$

57 (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{7}{10}$

58 (1) (人) (2) 2.05 km



59 平均点 56 点, 中央値 55 点, 最頻値 70 点

60 180 頭

61 (1) $\angle x = 65^\circ$ (2) $\angle x = 55^\circ$ (3) $\angle x = 115^\circ$

62 $\triangle EBC$ と $\triangle FDC$ において, 条件から $CE=CF$

四角形 ABCD は正方形であるから $BC=DC$

$$\angle ECB = \angle FCD = 90^\circ$$

よって, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle EBC \equiv \triangle FDC$

ゆえに $\angle BEC = \angle DFC$

対頂角は等しいから $\angle BEC = \angle DEG$

よって $\angle DEG = \angle DFC$

63 (1) $\triangle BOD$ と $\triangle BOE$ において $\angle BDO = \angle BEO = 90^\circ$

円 O の半径であるから

$$OD = OE$$

共通な辺なので

$$BO = BO$$

よって, 直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle BOD \equiv \triangle BOE$$

したがって $BD = BE$

(2) $AD = \frac{3}{2}$ (cm)

64 $\angle ADC = 68^\circ$

65 $\triangle AEC, \triangle AFC, \triangle DFC$

66 $\triangle AOH$ と $\triangle COF$ において, 平行四辺形の対角線はそれぞれの

中点で交わるから $AO = CO$ ①

錯角が等しいから $\angle HAO = \angle FCO$ ②

対頂角は等しいから $\angle AOH = \angle COF$ ③

①, ②, ③ より, 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AOH \equiv \triangle COF$$

したがって $OH = OF$ ④

同様に, $\triangle AOE \equiv \triangle COG$ より $OE = OG$ ⑤

四角形 EFGH において ④, ⑤ より, 2 つの対角線がそれぞれの中点で交わるから, 平行四辺形である。

67 (1) $x = \frac{8}{3}, y = \frac{22}{3}$ (2) $x = 2$

68 $\triangle ABD$ と $\triangle AEF$ において, $\triangle ABC, \triangle ADE$ は正三角形であるから $\angle ABD = \angle AEF = 60^\circ$ ①

また $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 60^\circ - \angle DAC$

$$\angle EAF = \angle DAE - \angle DAC = 60^\circ - \angle DAC$$

よって $\angle BAD = \angle EAF$ ②

①, ② より, 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABD \sim \triangle AEF$

69 $AB = 8$ (cm)

70 D と E を結ぶ。D, E はそれぞれ辺 BC, CA の中点であるから

中点連結定理により $ED \parallel AB, ED = \frac{1}{2}AB$

よって $AG : GD = AB : ED = AB : \frac{1}{2}AB = 2 : 1$

71 54 cm^2

72 $456\pi \text{ cm}^3$

73 (1) $\angle x = 27^\circ$ (2) $\angle x = 35^\circ$ (3) $\angle x = 30^\circ$

(4) $\angle x = 47^\circ$

74 $\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において

$\triangle ACD$ は正三角形より $AC = DC$ ①

$\triangle CBE$ は正三角形より $CE = CB$ ②

また $\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE = 60^\circ + \angle DCE$

$$\angle DCB = \angle DCE + \angle ECB = 60^\circ + \angle DCE$$

よって $\angle ACE = \angle DCB$ ③

①, ②, ③ より, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ACE \equiv \triangle DCB$$

したがって $\angle AEC = \angle DBC$ ゆえに $\angle FEC = \angle FBC$

よって, 円周角の定理の逆より, 4 点 C, B, E, F は同じ円周上にある。

75 (1) $x = 12$ (2) $x = 7$ (3) $x = 2\sqrt{10}$

76 (1) $AB = 3\sqrt{5}, BC = 3\sqrt{10}, CA = 3\sqrt{5}$

(2) $AB = CA$ かつ $\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形

77 $BH = \frac{51}{16}$ (cm)

78 6 cm^2

79 $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$

80 表面積 $144\pi \text{ cm}^2$ 体積 $288\pi \text{ cm}^3$

81 $36 - 36\sqrt{3} + 12\pi$ (cm^2)

82 $36\sqrt{7} \text{ cm}^3$

83 (1) $18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$ (2) $36\pi \text{ cm}^2$ (3) $9\sqrt{3} \text{ cm}$

問題 8 (1) 弧 BCD に対する円周角が $\angle BAD$ であるから, 弧 BCD に対する中心角は $2\angle BAD$

弧 BAD に対する円周角が $\angle BCD$ であるから, 弧 BAD に対する中心角は $2\angle BCD$

$$\text{角の大きさより } 2\angle BAD + 2\angle BCD = 360^\circ$$

$$\text{両辺を 2 で割ると } \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

(2) (1) から $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$

$$\text{移項して } \angle BAD = 180^\circ - \angle BCD$$

$$180^\circ - \angle BCD = \angle BCD \text{ であるから } \angle BAD = \angle BCD$$

問題 9 (1) $\angle x = 110^\circ, \angle y = 100^\circ$ (2) $\angle x = 25^\circ$

問題 10 (ア) BAD (イ) BCD (ウ) BD

($\angle$ DAB, $\angle$ DCB, $\angle$ DB でもない。)

問題 11 (1) $\angle x = 40^\circ, \angle y = 85^\circ$ (2) $\angle x = 65^\circ, \angle y = 50^\circ$